

模块 2DPCA 的缺陷与改进

朱明旱^{1),2)} 罗大庸¹⁾

¹⁾(中南大学信息科学与工程学院,长沙 410083) ²⁾(湖南文理学院电气与信息工程学院,常德 415000)

摘要 模块 2DPCA 是 2DPCA 的推广,在识别性能上比 2DPCA 更具鲁棒性。本文分析了模块 2DPCA 在计算训练样本总体散布矩阵和本征向量选取方面的缺陷,提出了一种改进的模块 2DPCA 算法。实验结果表明,改进后的算法能更好地选取本征向量,更有效地提取人脸特征。

关键词 模块 2DPCA 本征向量 特征提取 人脸识别

中图法分类号:TP391.41 文献标识码:A 文章编号: 1006-8961(2009)01-0094-05

Defects and Improvement of Modular Two-dimensional Principal Component Analysis

ZHU Ming-han^{1),2)}, LUO Da-yong¹⁾

¹⁾(College of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083)

²⁾(College of Communication and Electric Engineering, Hunan University of Arts and Science, Changde 415000)

Abstract Modular 2DPCA is an extension of 2DPCA algorithm. The recognition performance of modular 2DPCA is more robust than that of 2DPCA. In this paper, the defects of modular 2DPCA about computing the total scatter matrix of training samples and selecting eigenvectors are analyzed. An improved modular 2DPCA algorithm is presented. Experiments show that the improved modular 2DPCA algorithm can select better eigenvectors and extract facial features more effectively.

Keywords modular two-dimensional principal component analysis, eigenvector, feature extraction, face recognition

1 引言

十多年来,关于人脸识别,表情识别的研究激起了人们的广泛兴趣,如何提取面部有效的鉴别特征,以及如何对它降维成为了目前研究的热点。迄今为止,人们已经提出了多种特征提取以及降维的方法。主成分分析(PCA),被认为是一种经典的特征提取和数据降维法,已被广泛地应用于模式识别和计算机视觉领域。Sirovich 和 Kirby,首先用 PCA 方法处理人脸图像,提出了本征图像的概念。在此基础上^[1,2],Turk 和 Pentland 提出了基于主成分分析的

本征脸方法^[3]。从那以后,许多学者对 PCA 进行了深入的研究,并提出了一些与 PCA 有关的新算法,如:ICA (independent component analysis) 和 Kernel PCA(kernel principal component analysis)等。

最近,杨健等人提出了 2DPCA^[4]的人脸特征提取方法。在此基础上,许多学者进行了研究^[5,6]和应用,Mutelo 等人和 Sanguansat 等人,提出先用 2DPCA 选取本征向量,再用 2DLDA(two-dimensional linear discriminant analysis)进行二次投影分析,找到最优投影向量的方法^[7,8]。陈伏兵等人提出了基于模块 2DPCA 的人脸识别方法^[9],该方法实际上是 2DPCA 的推广,在识别性能上优于 PCA 并且比

基金项目:湖南省自然科学基金项目(05JJ30121)

收稿日期:2007-04-09;改回日期:2007-06-14

第一作者简介:朱明旱(1974~),男。讲师。现为中南大学信息科学与工程学院模式识别与智能系统专业博士研究生。主要研究方向为模式识别与计算机视觉。E-mail:zhumb_123@163.com

2DPCA 更具鲁棒性。

然而,模块2DPCA被提出时,总体散布矩阵定义得不太合理,并且仅用了它的总体散度信息去寻找最优本征向量,这样找到的本征向量并不是真正的最优。本文从模块2DPCA最初的定义出发,将总体散布矩阵重新定义,使之更符合实际意义,同时将类内散度也利用起来,提出了一种改进的模块2DPAC。实验结果表明,改进后的2DPCA能找出真正的最优本征向量,用此本征向量提取的特征更有效,识别效果也更佳。

2 模块2DPCA概述

2.1 最优投影向量组

先将一个 $m \times n$ 的图像矩阵 A 分成 $p \times q$ 模块图像矩阵(类似于线性代矩阵的分块),即

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1q} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2q} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{p1} & A_{p2} & \cdots & A_{pq} \end{pmatrix}$$

式中,每个子图像矩阵 A_{kl} 大小都是 $m_1 \times n_1$ ($pm_1 = m, qn_1 = n$)。

设模式类别为 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_c$, 每类有训练样本 n_i 个, A_1, A_2, \dots, A_N 为所有的训练样本 ($N = \sum_{i=1}^c n_i$), 训练样本 A_i 的 $p \times q$ 模块图像矩阵如下:

$$A_i = \begin{pmatrix} (A_i)_{11} & (A_i)_{12} & \cdots & (A_i)_{1q} \\ (A_i)_{21} & (A_i)_{22} & \cdots & (A_i)_{2q} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (A_i)_{p1} & (A_i)_{p2} & \cdots & (A_i)_{pq} \end{pmatrix}$$

训练图像样本的子图像矩阵的总体散布矩阵为

$$G_T = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q ((A_i)_{kl} - B)^T ((A_i)_{kl} - B) \quad (1)$$

$$B = \frac{1}{Npq} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q (A_i)_{kl}$$

B 为所有训练样本子矩阵的均值矩阵,取 G_T 前 d 个最大本征值对应的本征向量 x_1, \dots, x_d ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d$) 作为最优投影向量 $X = (x_1, \dots, x_d)$, 有 $x_i^T x_j = 0$ ($i \neq j, i, j = 1, \dots, d$)。

2.2 特征提取

用 X 对待测图像 A 进行投影,提取出 A 的特征值矩阵

$$Y = \begin{pmatrix} A_{11}X & A_{12}X & \cdots & A_{1q}X \\ A_{21}X & A_{22}X & \cdots & A_{2q}X \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ A_{p1}X & A_{p2}X & \cdots & A_{pq}X \end{pmatrix}$$

2.3 分类

令 $\bar{A}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{A_i \in \omega_i} A_i$, 则 \bar{A}_i ($i = 1, 2, \dots, c$) 为第 i

类训练图像的均值图像矩阵,其特征值矩阵 \bar{Y}_i 为

$$\bar{Y}_i = \begin{pmatrix} (\bar{A}_i)_{11}X & (\bar{A}_i)_{12}X & \cdots & (\bar{A}_i)_{1q}X \\ (\bar{A}_i)_{21}X & (\bar{A}_i)_{22}X & \cdots & (\bar{A}_i)_{2q}X \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (\bar{A}_i)_{p1}X & (\bar{A}_i)_{p2}X & \cdots & (\bar{A}_i)_{pq}X \end{pmatrix}$$

利用最近邻分类器实现模式分类

$$D(Y, \bar{Y}_i) = [\text{tr}(Y - \bar{Y}_i)(Y - \bar{Y}_i)^T]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

如果 $D(Y, \bar{Y}_i) = \min_c D(Y, \bar{Y}_i)$, 那么 $A \in \omega_i$ 。

3 算法缺陷

3.1 总体散布矩阵

设一样本集为 A_1, A_2, \dots, A_M , 且有 $A_1 = A_2 = \dots = A_M$ 。根据2DPCA求出的总体散布矩阵为

$$G_T = \sum_A [(A - EA)^T(A - EA)] = 0 \quad (3)$$

这 G_T 是个各元素均为零的矩阵,这与实际意义相符,因为它们在多元空间中是同一个点,不存在相互之间的散度。

然而,用模块2DPCA对总体散布矩阵的定义式(1),计算出的子图像矩阵的总体散布矩阵显然不是零矩阵,因为

$$(A_i)_{kl} - B \neq 0 \quad (4)$$

这就是说原本根本就不存在着散度的样本,因为实现模块化而出现了散度,还能求出一系列的最优投影向量,这显然与实际不符。可见模块2DPCA中总体散布矩阵的定义欠妥。

3.2 最优投影向量组

模块2DPCA通过求出总体散布矩阵 G_T 最大本征值对应的本征向量,作为最优投影向量。这种处理方法,将样本在散布最大的那些方向进行投影,并不能保证各类样本能很好的分离。根据多重判别理论^[10],最优的投影方向应使样本投影后类间散度与类内散度的比值达到最大,因此可以将样本子矩阵的类内散布矩阵引入,找出投影后使样本类间散度

与类内散度的比值达到最大的那些向量,作为最优投影向量。

4 改进

4.1 总体散布矩阵

对模块 2DPCA 的总体散布矩阵重新定义如下:

$$\mathbf{G}_T = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q ((\mathbf{A}_i)_{kl} - \boldsymbol{\mu}_{kl})^T ((\mathbf{A}_i)_{kl} - \boldsymbol{\mu}_{kl}) \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{kl} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{kl}$$

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{11} & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{12} & \cdots & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{1q} \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{21} & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{22} & \cdots & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{2q} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{p1} & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{p2} & \cdots & \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{A}_i)_{pq} \end{pmatrix}$$

这里, $\boldsymbol{\mu}_{kl}$ 是训练集平均图像 $\boldsymbol{\mu}$ 的子图像。理论与实验结果表明,这样定义的总体散布矩阵 \mathbf{G}_T 更好。

4.2 最优投影向量组

根据多重判别理论,真正最优的投影向量 \mathbf{x} ,应该使样本投影后类间散度与类内散度的比值达到最大,仅使总体散度达到最大的 \mathbf{x} 不是真正的最优投影向量。基于此,为了找到真正的最优投影向量 \mathbf{x} ,定义准则函数

$$J(\mathbf{x}) = \frac{\text{类间散度}}{\text{类内散度}} \quad (6)$$

即用投影后训练集的类间散度和类内散度的比值作为准则函数,这里的 \mathbf{x} 为单列向量。

散度是一种简单的标量,可用散布矩阵的迹来度量即

$$J(\mathbf{x}) = \frac{\text{tr}(\mathbf{S}_B)}{\text{tr}(\mathbf{S}_W)} \quad (7)$$

式中, \mathbf{S}_B , \mathbf{S}_W 分别表示投影后训练集的类间散布矩阵和类内散布矩阵。对 $J(\mathbf{x})$ 进行如下变换:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}) &= \left(\frac{\text{tr}(\mathbf{S}_B)}{\text{tr}(\mathbf{S}_W)} + 1 \right) - 1 \\ &= \frac{\text{tr}(\mathbf{S}_B) + \text{tr}(\mathbf{S}_W)}{\text{tr}(\mathbf{S}_W)} - 1 \end{aligned}$$

$$= \frac{\text{tr}(\mathbf{S}_T)}{\text{tr}(\mathbf{S}_W)} - 1 \quad (8)$$

这里, \mathbf{S}_T 表示投影后训练集的总体散布矩阵,显然,丢掉常数 -1 ,不会影响准则函数的判别性能,故可将 $J(\mathbf{x})$ 改为

$$J(\mathbf{x}) = \frac{\text{tr}(\mathbf{S}_T)}{\text{tr}(\mathbf{S}_W)} \quad (9)$$

其中,

$$\mathbf{S}_T = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q ((\mathbf{A}_i)_{kl} \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{kl} \mathbf{x}) ((\mathbf{A}_i)_{kl} \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{kl} \mathbf{x})^T$$

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{S}_T) &= \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q ((\mathbf{A}_i)_{kl} \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{kl} \mathbf{x})^T \\ & \quad ((\mathbf{A}_i)_{kl} \mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_{kl} \mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{G}_T \mathbf{x} \end{aligned}$$

$$\mathbf{S}_W = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \sum_{A \in \omega_i} (\mathbf{A}_{kl} \mathbf{x} - (\bar{\mathbf{A}}_i)_{kl} \mathbf{x}) (\mathbf{A}_{kl} \mathbf{x} - (\bar{\mathbf{A}}_i)_{kl} \mathbf{x})^T$$

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{S}_W) &= \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \sum_{A \in \omega_i} (\mathbf{A}_{kl} \mathbf{x} - (\bar{\mathbf{A}}_i)_{kl} \mathbf{x})^T \\ & \quad (\mathbf{A}_{kl} \mathbf{x} - (\bar{\mathbf{A}}_i)_{kl} \mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{G}_W \mathbf{x} \end{aligned}$$

模块图像的类内散度矩阵为

$$\mathbf{G}_W = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \sum_{A \in \omega_i} (\mathbf{A}_{kl} - (\bar{\mathbf{A}}_i)_{kl})^T (\mathbf{A}_{kl} - (\bar{\mathbf{A}}_i)_{kl})$$

因此有

$$J(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}^T \mathbf{G}_T \mathbf{x}}{\mathbf{x}^T \mathbf{G}_W \mathbf{x}} \quad (10)$$

使得 $J(\mathbf{x})$ 最大化的投影向量 \mathbf{x} , 必须满足下式:

$$\mathbf{G}_T \mathbf{x} = \lambda \mathbf{G}_W \mathbf{x} \quad (11)$$

根据以上的分析可知,将式(11)一系列最大本征值对应的本征向量,作为最优投影向量效果会更好。

如果 \mathbf{G}_W 是非奇异的,那么求解式(11)最大本征值对应的本征向量,就是求矩阵 $\mathbf{G}_W^{-1} \mathbf{G}_T$ 最大本征值对应的本征向量,如果 \mathbf{G}_W 是奇异的,可以用求解式(12)特征多项式根的方法求本征值,然后通过求解式(13),计算出最大本征值对应的 \mathbf{x} 。

$$|\mathbf{G}_T - \lambda \mathbf{G}_W| = 0 \quad (12)$$

$$(\mathbf{G}_T - \lambda \mathbf{G}_W) \mathbf{x} = 0 \quad (13)$$

当 \mathbf{G}_W 与单位矩阵 \mathbf{I} 成比例,即 $\mathbf{G}_W = \alpha \mathbf{I}$ 时 (α 为非零的实数),式(11)的本征向量与 \mathbf{G}_T 的本征向量完全相同。可见,模块 2DPCA 算法中确定最优投影向量的方法,实质上是用这种特殊情况去代替一般的情况,具有一定的不合理性。

5 实验结果与分析

分别在保持分块模式不变,而让投影向量个数变化和保持投影向量个数不变,而让分块模式变化这两种情况下进行实验。用 M2DPCA 与改进后的 M2DPCA 算法(IM2DPCA)对人脸图像进行特征提取,用最近邻分类器分类,实现人脸识别。

5.1 实验 1

实验 1 是在 ORL 标准人脸库^[11]上进行的,此人脸库由 40 人,每人 10 幅图像组成,图像大小为 112×92 像素。其中有些图像拍摄于不同时期,脸部表情和脸部细节有着不同程度的变化,如:笑与不笑,眼睛睁与闭,眼镜戴与不戴;人脸深度旋转和平面旋转可达 20° ,人脸的尺度变化多达 10%。图 1 是 ORL 人脸库中某人的前 6 幅图像。实验前没对图像进行任何预处理,实验中,以每人的前 5 幅图像作为训练样本,后 5 幅作为测试样本,训练样本和测试样本总数均为 200。



图 1 ORL 人脸库中某人的前 6 幅图像

Fig.1 First six images of a man in ORL face database

在保持 2×2 的分块模式不变的情况下,分别用 1、2、3、4、5、10 个投影向量对图像进行特征提取;再分别在 2×1 、 4×2 、 8×4 、 16×4 的分块模式下,再用 10 个投影向量对图像进行特征提取,识别率比较如表 1 所示。

表 1 ORL 人脸库上 M2DPCA 与 IM2DPCA 识别率比较

Tab.1 Comparison of the recognition accuracy of M2DPCA versus IM2DPCA in ORL face database

单位:%

识别方法	投影向量数(2×2 分块模式)						分块模式(10 个投影向量)			
	1	2	3	4	5	10	2×1	4×2	8×4	16×4
M2DPCA	76.0	80.5	81.5	82.5	82.0	87.5	85.5	88.0	89.0	89.0
IM2DPCA	77.5	81.5	83.0	83.0	84.0	89.0	87.5	89.0	89.0	89.5

5.2 实验 2

在印度人脸库^[12]上进行实验,此人脸库由 22 个女人和 39 个男人,每人 11 幅图像组成,图像大小为 480×640 像素。这 11 幅图像包括向前、向左、向右、向上、向左上、向右上、中性、微笑、大笑、悲伤,图 2 是印度人脸库中某人的前 6 幅图像。考虑到图像尺寸太大,实验前将其转化为 120×160 像素的灰度图像。实验中,以每人的前 5 幅图像作为训练样本,后 6 幅作为测试样本,训练样本为 305,测试样本为 366。

在保持 2×2 的分块模式不变的情况下,分别用 1、2、3、4、5、10 个投影向量对图像进行特征提取;分别在 2×1 、 4×2 、 8×8 、 8×32 的分块模式下,用 10

个投影向量对图像进行特征提取,识别率比较如表 2 所示。



图 2 印度人脸库中某人的前 6 幅图像

Fig.2 First six images of a female in Indian face database

表 2 印度人脸库上 M2DPCA 与 IM2DPCA 识别率比较

Tab.2 Comparison of the recognition accuracy of M2DPCA versus IM2DPCA in Indian face database

单位: %

识别方法	本征向量数(2×2 分块模式)						分块模式(10 个投影向量)			
	1	2	3	4	5	10	2×1	4×2	8×8	8×32
M2DPCA	64.5	67.2	73.2	78.1	80.9	83.3	82.0	84.4	86.9	87.2
IM2DPCA	73.0	78.7	81.1	83.0	84.4	86.3	85.2	86.9	87.2	87.2

实验 1 和实验 2 的数据表明,在图像分块数目较少的情况下,IM2DPCA 比原始的 M2DPCA 算法效果更好。例如:分块数为 $2 \times 2 = 4$ 时,最优投影向量取 1 到 10 个时,前者处理后得到的识别率均比 M2DPCA 要高。这说明在较少的分块模式下,前者比后者选取出的投影向量更优,投影后抽取出的特征值更有利于模式分类,所以识别率更高。

随着分块数目的不断增加,用两种方法得到的识别率最终几乎趋于相同,但是 IM2DPCA 比 M2DPCA 算法达到最高识别率的速度要快。如:在 ORL 人脸库上,用 IM2DPCA,在 4×2 分块模式下,识别率就达到了稳定值 89.0%。而用 M2DPCA 算法,在 8×4 分块模式下才达到这个值。在印度人脸库上,用 IM2DPCA 算法,在 4×2 分块模式下识别率就已趋于稳定值 87.2%,而用 M2DPCA,在 8×8 的分块模式下,识别率才趋于这个稳定值。这表明,IM2DPCA 算法比 M2DPCA 算法在更具鲁棒性。

6 结 论

将总体散布矩阵重新定义,使之与实际意义相符,并将训练样本子图像的类内散度利用起来,改进了模块 2DPCA 算法。模块 2DPCA 选取本征向量的实质,是使投影后子图像样本最大程度地分散。改进后的模块 2DPCA 选取本征向量的实质,是使投影后子图像样本类间最大程度分散的同时,类内子图像样本之间最小程度地分散。因而,选取的本征向量更好,投影后提取出的特征值对模式分类更有效,识别率也更稳定。

参考文献 (References)

1 Sirovich L, Kirby M. Low-dimensional procedure for the characterization of human faces[J]. Journal of the Optical Society of

America A, 1987, 4(3):519-524.

- Kirby M, Sirovich L. Application of the KL procedure for the characterization of human faces[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(1): 103-108.
- Turk M, Pentland A. Eigenfaces for recognition[J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, 3(1): 71-86.
- Yang J, Zhang D. Two-dimensional PCA: A new approach to appearance-based face representation and recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(1): 131-137.
- Nhat V D M, Lee S Y. Improvement on PCA and 2DPCA algorithms for face recognition[A]. In: Proceedings of the 4th International Conference on Image and Video Retrieval 2005[C], Berlin, Heidelberg, Germany: Springer 2005, 3568: 568-577.
- Wang L W, Wang X. Is two-dimensional PCA a new technique[J]. Acta Automatica Sinica, 2005, 31(5): 782-787.
- Mutelo R M, Khor L C, Woo W L, et al. A novel fisher discriminant for biometrics recognition: 2DPCA plus 2DFLD[A]. In: Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems 2006[C], Island of Kos, Greece, 2006:4325-4328.
- Sanguansat P, Asdornwiset W, Jitapunkul S, et al. Two-dimensional linear discriminant analysis of principle component vectors for face recognition[J]. IEICE Transactions on Information and Systems 2006, 89(7): 2164-2170.
- Chen Fu-bing, Chen Xiu-hong, Zhang Sheng-liang, et al. A human face recognition method based on modular 2DPCA[J]. Journal of Image and Graphic, 2006, 11(4):580-585. [陈伏兵,陈秀宏,张生亮等.基于模块 2DPCA 的人脸识别方法[J].中国图象图形学报, 2006, 11(4): 580-585.]
- Richard O D, Peter E H. Pattern Classification[M]. 2nd ed. Beijing, China: China Machine Press, 2004: 114-124.
- AT & T Laboratories Cambridge. The ORL Database of Faces[EB/OL]. <http://www.cl.cam.ac.uk/Research/DTG/attarchive/facedatabase.html/2002-08/2007-02-15>.
- Vidit J, Amitabha M. The Indian Face Database [DB/OL]. [http://vis-www.cs.umass.edu/%7Evidit/IndianFace Database/2002-12/2007-02-15](http://vis-www.cs.umass.edu/%7Evidit/IndianFace%20Database/2002-12/2007-02-15).